**Musterlösung Übungsklausur**
**Teil „Brauerei Bischof“**
**ABWL Fribourg, SS 02**

a)
Vorbemerkungen zu der Aufgabe: In der Klausur ist eher (im Gegensatz zu der Übungsklausur, die bewußt schwieriger / ungewöhnlicher gehalten wurde) mit geraden Ergebnissen sowie positiven Gewinnen zu rechnen. Im Zweifelsfall reicht es mit *2* Nachkommastellen zu rechnen. ***Wichtig:*** In der Klausur sind keine programmierbaren Taschenrechner oder Graphikrechner erlaubt!

Setzung:
X := Produktionsmenge Biersorte „Hopfengold“ in Liter
Y := Produktionsmenge Biersorte „Optimator“ in Liter

Zur Lösung der Aufgabe werden nun zunächst die wesentlichen Informationen aus dem Aufgabentext in Tabellenform veranschaulicht:

| Inputfaktor/Produkt | Hopfengold (:= x; $p_x$ = 2) | Optimator (:= y; $p_y$ = 3) |
|---|---|---|
| Wasser ($p_w$ = 0 Sfr. / Liter) | 2 Liter / Liter | 2 Liter / Liter |
| Gerste ($p_g$ = 0,5 Sfr. / kg) | 0,4 kg / Liter | 0,3 kg / Liter |
| Hopfen ($p_h$ = 8 Sfr. / kg) | 0,01 kg / Liter | 0,015 kg / Liter |
| Arbeit ($p_l$ = 10000) | FIX | FIX |

Zielfunktion:
Das Unternehmen strebt Gewinnmaximierung an (zu erwähnen!). Die ZF lautet in dieser Aufgabe daher:
$\prod$ = Erlöse – Kosten
$\prod = x*2 + y*3 - x\,( 2*0 + 0,4 * 0,5 + 0,01 * 8) - y\,(2*0 + 0,3 * 0,5 + 0,015 * 8) - 10000$

b)
Nebenbedingungen:

$40000 \geq X + Y$ (*Gesamtkapazität der Sudkessel*)

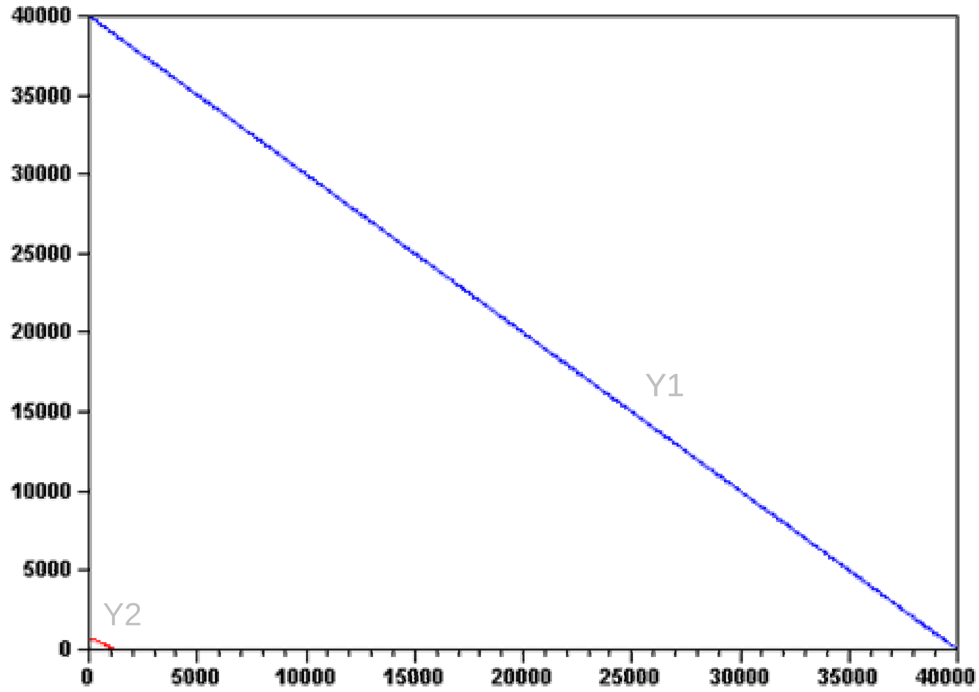
$$1000 \geq \frac{80}{100}x + \frac{140}{100}y\left(Mannstunden\right)$$

c)
Lineares Optimierungsmodell:

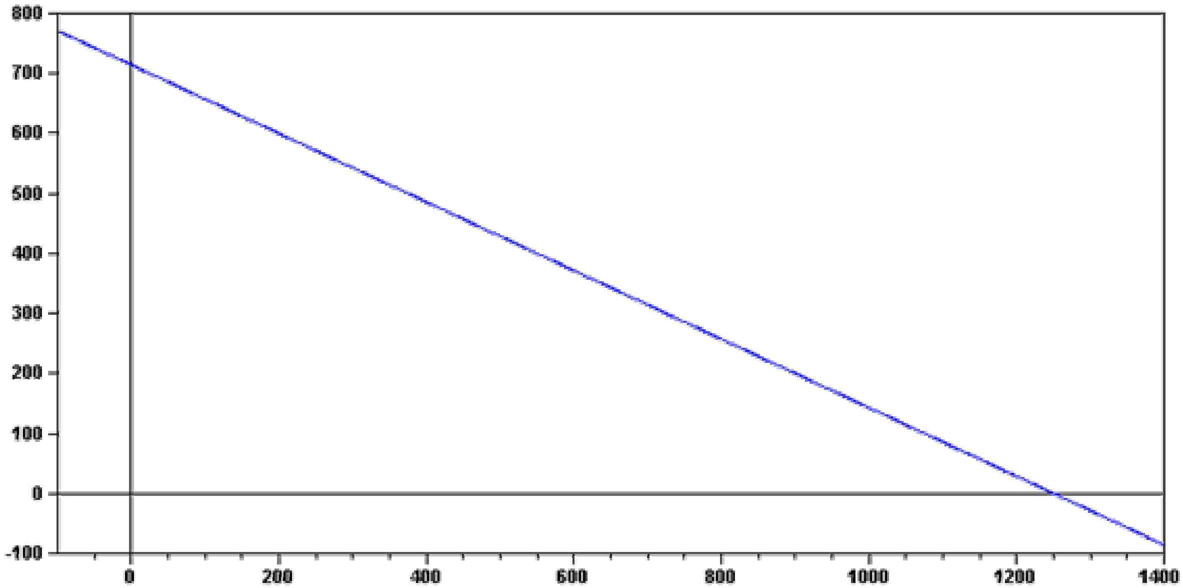
ZF: $\prod = x\,(2 - (0,4*0,5 + 0,01*8) + y\,(3 - 0,3*0,5 + 0,015*8) - 10000 \rightarrow \max!$
NB: $40000 \geq x + y$
$1000 \geq 0,8\,x + 1,4\,y$
NNB: $x,y \geq 0$

**d)**
Graphische Lösung:
Zur Lösung müssen die Gewinnisoquanten zur Maximierung parallelverschoben werden, bis sie den äußersten Punkt / die äußerste Gerade des zulässigen Bereiches tangieren. Es ist also zuerst der zulässige Bereich zu zeichnen sowie eine beliebige Gewinnisoquante, welche dann verschoben werden kann.
Der zulässige Bereich wird bestimmt durch
- die Nichtnegativitätsbedingung (NNB) für x und y, d.h. es ist ausschließlich der rechte obere Quadrant des Koordinatensystems zulässig.
- Die zwei Nebenbedingungen. Hierfür sind die beiden Funktionen
  $Y_1(x) = 40000-x$ und
  $Y_2(x) = (1000-0,8x) / 1,4$ zu berücksichtigen.

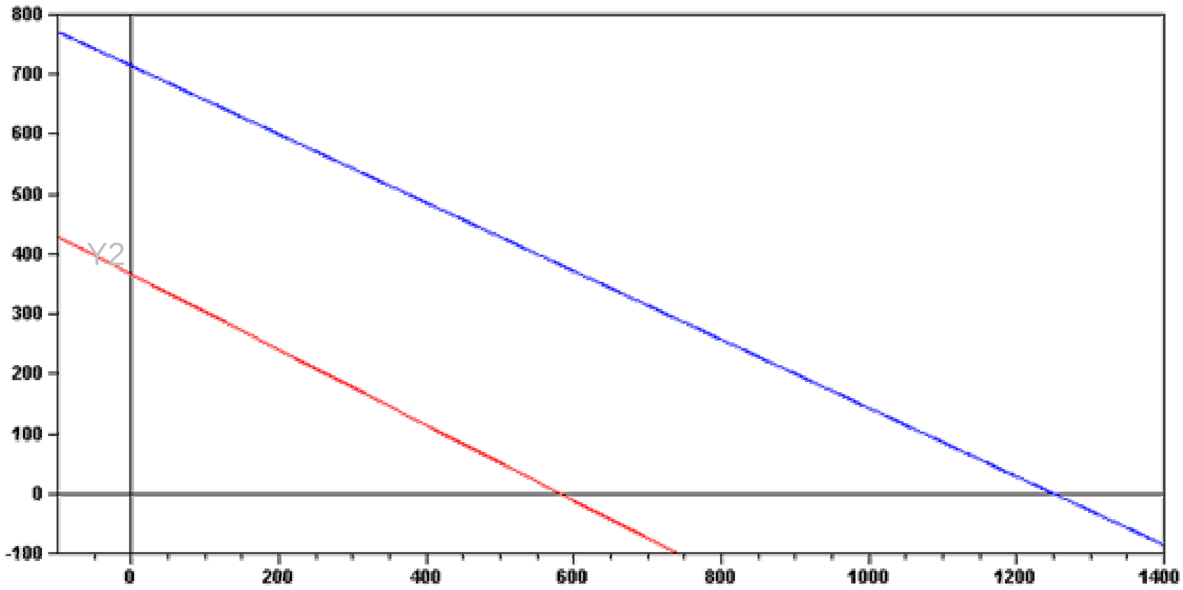
Es sollte direkt ersichtlich sein, daß $Y_1$ nicht „greift", da $Y_2$ vollständig innerhalb der von $Y_1$ begrenzten zulässigen Fläche liegt (siehe Grafik):



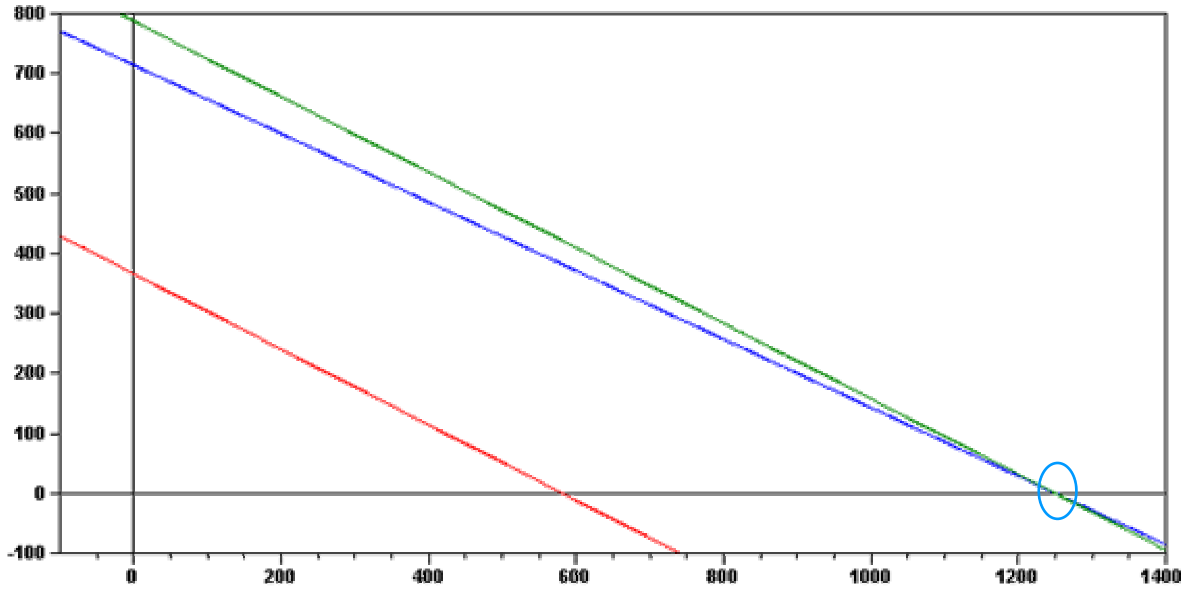

Zur Optimierung relevant ist daher lediglich $Y_2$; $Y_1$ ist redundant. Der zulässige Bereich für die Optimierung ist daher:




∏= x (2 – (0,4*0,5 + 0,01*8) + y (3 – 0,3*0,5 + 0,015*8) – 10000 ergibt vereinfacht
∏ = 1,72 x + 3,73 y – 10000
Umgewandelt in die Gewinnisoquantenfunktion
Y(∏,x) = (∏ - 1,72 x +10000) / 2,73
Sollte schnell ersichtlich sein, daß die Brauerei bei der gegebenen Kostensituation (Personalfixkosten) und dem Lösungsbereich nur Verluste erwirtschaften kann. Bei einer Gewinnisoquante für z.B. ∏ = - 9000 ergibt sich Folgendes:



Durch Parallelverschiebung kommt man nun zu der „optimalen“ Lösung:




Im Optimum wird nur Bier der Sorte „Hopfengold“ gebraut, und zwar 1250 Liter. „Optimator“ zu brauen würde nur den Verlust noch weiter erhöhen. Im Optimum liegt der (minimale) Verlust bei 7850 Sfr..

e)
Def. und Diskussion der Kosten (Hier nur Stichpunkte angeführt, ökonomische Erläuterung in Klausur ausführlich verlangt):
Fixkosten sind in dieser Aufgabe lediglich die Lohnkosten. Ex def. verändern sich die Fixkosten nicht mit der Ausbringungsmenge. Die var. Kosten sind Hopfen und Malz, die im Beispiel linear zur Produktionsmenge korreliert sind. Grenzkosten stellen in der Aufgabe den Preis für einen zusätzlich produzierten Liter Bier in einem Punkt dar. Als intervallfixe Kosten sind die Sudkessel zu bezeichnen (Begründungen in Klausur nicht vergessen!).

f)
Simplex:
Als erstes gilt es wieder die Zielfunktion zu ermitteln. In dieser Aufgabe kann die fixe Komponente von $\prod$ weggelassen werden, da nur die var. Kosten bei der Optimierung unseres Produktionsprogramm-Problems relevant sind. Es folgt daher:

$Z = 1{,}72\ x + 3{,}73\ y \rightarrow$ **max!**

In die NB sind Schlupfvariablen einzuführen, um die Ungleichungen in Gleichungen zu überführen. Es folgt:
$x + y + s_1 = 40000$
$0{,}8\ x + 1{,}4\ y + s_2 = 1000$

Als Basistableau für die Simplex-Optimierung ergibt sich:

| Z | X | y | $s_1$ | $s_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 40000 |
| 0 | 0,8 | 1,4 | 0 | 1 | 1000 |
| 1 | -1,72 | -3,73 | 0 | 0 | 0 |

Der Algorithmus würde im Koordinatenursprung starten und dann entgegen dem Urzeigersinn sämtliche mögliche Basislösungen „ansteuern", bis das Optimum bestimmt wurde. In dieser Beispielaufgabe würde also bereits bei der ersten Iteration das Optimum gefunden werden, da es sich im ersten Eckpunkt entgegen dem Uhrzeigersinn im zulässigen Lösungsbereich befindet.

g)
Die Ausweitung der Produktion durch einen Zukauf von Sudkesseln ist nicht sinnvoll, da der limitierende Faktor bei der Optimierung nicht die Kesselkapazität, sondern die zu leistenden Mannstunden sind. Vielmehr hat die Brauerei eine unglaubliche Überkapazität (40000 Liter vs. Optimaler Produktionsmenge von 1250 Liter). Generell ist der Produktionsbetrieb bei den angegebenen Bedingungen ökonomisch nicht rational ($\prod < 0$) und müßte daher eingestellt werden.